

KODOWANIE KANAŁOWE (NADMIAROWE)

ERROR CONTROL CODING

- W celu zabezpieczenia danych przed błędami do danych informacyjnych dołącza się według ściśle określonej reguły (definiującej dany kod) dodatkowe bity nadmiarowe**
- Bity nadmiarowe posłużą w odbiorniku do określenia wiarygodności odebranego ciągu**
- Jeżeli ciąg informacyjny o długości k bitów zakodujemy w ciąg kodowy o długości n bitów, mówimy o kodzie o współczynniku kodowania (sprawności kodowania) $R = k/n$, a wielkość $n - k$ nazywamy nadmiarem kodowym**

TWIERDZENIE SHANNONA (1)

- Kodowanie nadmiarowe - jako dział teorii informacji, zostało zapoczątkowane przez C. Shannona w 1948

- Każdy kanał można opisać pojedynczym parametrem, tzw. przepustowością kanału C , która dla kanału AWGN (Additive White Gaussian Noise) wynosi:

$$C = B \cdot \log_2(1 + S/B \cdot N_0) \text{ [bit/s]}$$

B - pasmo kanału w Hz, S - moc sygnału nadawanego,

N_0 - gęstość widmowa szumu białego

Stosunek mocy sygnału S do mocy szumu $B \cdot N_0$ nazywany jest stosunkiem SNR (Signal to Noise Ratio)

TWIERDZENIE SHANNONA (2)

- Shannon udowodnił, że możemy przesyłać dane z szybkością $R \leq C$ i z dowolną dokładnością (prawdopodobieństwem błędu BER), jeżeli tylko zastosujemy kod, w którym każdy transmitowany symbol będzie w pewien sposób zależny od wielu bitów informacyjnych.**
- Twierdzenie Shannona oznacza, że możemy przesyłać dane z $BER = 0$, jeżeli zastosujemy odpowiedni kod nadmiarowy i nie przekroczymy przepustowości kanału C .**
- Od chwili opublikowania tego twierdzenia rozpoczęto poszukiwania kodów, których istnienie udowodnił Shannon.**
- Żaden znany obecnie kod nadmiarowy nie pozwala uzyskać granicy Shannona.**

MODEL SYSTEMU TRANSMISYJNEGO Z KODOWANIEM NADMIAROWYM

d v $s(x)$ $r(x)$ r d'
źródło → koder → mod. → kanał → demod. → dekodek → ujście

d - bity informacyjne

v - słowo kodowe, bity informacyjne plus nadmiar kodowy

$r(x) = s(x) + n(x)$, gdzie $n(x)$ - szum

- Bity nadmiarowe posłużą w odbiorniku do określenia wiarygodności odebranego ciągu

PODSTAWOWE POJĘCIA

- Waga ciągu v - $w(v)$ - liczba nie-zerowych elementów w ciągu v
- Odległość Hamminga pomiędzy dwoma słowami kodowymi v i u określana jest liczbą pozycji na jakich się one różnią:

$$d(v, u) = w(v \oplus u)$$

- Odległość minimalna Hamminga $d_{min} = \min d(v_i, u_j), i \neq j$
- Jeżeli ciąg informacyjny o długości k bitów zakodujemy w ciąg kodowy o długości n bitów, mówimy o kodzie o współczynniku kodowania (sprawności kodowania) $R = k/n$, a wielkość $n - k$ nazywamy nadmiarem kodowym

MOŻLIWOŚCI DETEKCYJNE I KOREKCYJNE KODÓW BLOKOWYCH

- Kod blokowy potrafi wykryć (zdetekować): $d_{min} - 1$ błędów oraz poprawić (skorygować): $(d_{min} - 1)/2$, gdy d_{min} jest liczbą nieparzystą lub $(d_{min}/2) - 1$, gdy d_{min} jest liczbą parzystą

Przykład:

dane	słowa kodowe
00	000000
01	010101
10	101010
11	111111

$$R = 2/6 = 1/3, \quad d_{min} = 3$$

RODZAJE KODÓW

- **Kody systematyczne i niesystematyczne:**
 - kod systematyczny - pierwsze k bitów w słowie kodowym stanowi ciąg informacyjny
- **Kody blokowe i splotowe:**
 - kod blokowy - ciąg danych dzielony jest na bloki k -bitowe i każdemu takiemu blokowi przyporządkowane jest n -bitowe słowo kodowe
 - kod splotowy - brak podziału na bloki
- **Kody binarne i niebinarne**

ZASTOSOWANIE KODÓW KANAŁOWYCH

- **System ARQ (Automatic Repeat Request):**
 - **detekcja błędów połączona z retransmisją błędnie odebranego bloku**
- **System FEC (Forward Error Correction):**
 - **korekcja błędów w odebranym ciągu**
- **System hybrydowy ARQ:**
 - **połączenie dwóch technik ARQ i FEC**
 - **kod FEC służy do zmniejszenia liczby retransmitowanych bloków**

CECHY SYSTEMU ARQ

- Wady:

- konieczność opracowania specjalnego protokołu transmisyjnego**
- zmniejszenie szybkości efektywnej w wyniku retransmisji oraz przesyłania informacji o odebranych blokach**
- konieczność buforowania danych**
- poszczególne bloki mogą być odbierane z różnym opóźnieniem**

- Zalety:

- dane przekazywane użytkownikowi końcowemu są pozbawione błędów**
- operacja detekcji (wykrywania) błędów może być zrealizowana w prosty (tani) i szybki sposób**
- idealna metoda dla przesyłania danych pomiędzy komputerami**

CECHY SYSTEMU FEC

- Wady:

- metody korekcji błędów są skomplikowane i czasochłonne
- dane przekazywane użytkownikowi mogą zawierać błędy - żaden kod (i żadna metoda korekcji) nie gwarantuje poprawienia wszystkich błędów w odebranym ciągu
- przy dużej liczbie błędów w odebranym ciągu dekodery zamiast ją zmniejszyć może spowodować jej powiększenie

- Zalety:

- dane przychodzą z jednakowym opóźnieniem
- brak protokołu transmisyjnego
- idealna metoda dla systemów tzw. czasu rzeczywistego (mowa, obraz)

PRZYKŁAD - KOD POWTARZANY

- Reguła kodowania: każdy bit powtarzaj n razy (np. 3 razy)

- Przykład:	dane	ciągi kodowe
	0	000
	1	111

Reguła dekodowania:

A. detekcja - odebranie ciągu różnego od 000 lub 111 oznacza błąd

B. korekcja - przy założeniu, że najbardziej prawdopodobne jest

wystąpienie pojedynczego błędu:

odebrano: 000, 001, 010, 100 - nadano 0

odebrano: 111, 011, 101, 110 - nadano 1

ZYSK KODOWY

- **Efektywność kodu mierzona jest przez zysk kodowy**
- **Zysk kodowy - różnica pomiędzy SNR dla systemu bez kodowania, a SNR dla systemu z kodowaniem pozwalającym uzyskać określoną stopę błędów BER**
- **Zysk kodowy jest funkcją stopy błędów, podaje się najczęściej wartość asymptotyczną (maksymalną)**
- **Zysk kodowy wynoszący np. 3 dB oznacza, że dzięki kodowaniu, o tyle możemy zmniejszyć poziom sygnału, a na wyjściu uzyskamy to samo prawdopodobieństwo błędów**

METODY DEKODOWANIA

- O stopniu wykorzystania możliwości korekcyjnych kodu decyduje rodzaj sygnału, na jakim pracuje dekodery
- Dekoder „twardo-decyzyjny”:
 - na wejście dekodera podawane są „twarde” decyzje z układu decyzyjnego (bity „0” lub „1”) - sygnał jest 2-poziomowy
 - asymptotyczny zysk kodowy: $10 \log_{10}[\mathbf{R(d_{\min} + 1)/2}]$ dB
- Dekoder „miętko-decyzyjny”:
 - demodulator dostarcza dekoderni dodatkowych informacji o wiarygodności odebranych danych
 - wyjście demodulatora stanowią próbki sygnału zapisane na wielu bitach
 - asymptotyczny zysk kodowy: $10 \log_{10}(\mathbf{Rd_{\min}})$ dB (zazwyczaj o 2 dB lepszy od „twardo-decyzyjnego”)

KODY Z KONTROLĄ PARZYSTOŚCI

u - blok danych (k - bitowy)

v - słowo kodowe (n - bitowe)

G - macierz generująca kodu ($k \times n$)

$$v = u \cdot G$$

$G = [I_k \mid P]$ $I_k = k \times k$ - macierz jednostkowa

$P = k \times (n-k)$ - macierz określająca kod

Kod systematyczny - pierwsze k bitów słowa kodowego stanowią bity danych, pozostałe $n - k$ są bitami nadmiarowymi (parzystości)

MACIERZ PARZYSTOŚCI H

H - macierz parzystości $(n - k) \times n$

$$G \cdot H^T = \mathbf{0}$$
$$H = [P^T \mid I_{n-k}]$$

- Każdy rząd macierzy H mówi, jak są obliczane poszczególne bity nadmiarowe

- Macierz H może być stosowana do sprawdzenia, czy odebrany blok r jest prawidłowym słowem kodowym:

$$r \cdot H^T = \mathbf{0}$$

PRZYKŁAD KODU Z KONTROLĄ PARZYSTOŚCI

kod Hamminga (7, 4) - $n = 7, k = 4, d_{min} = 3$, kod systematyczny

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

słowo kodowe = $b_1b_2b_3b_4b_5b_6b_7$, z czego $b_1b_2b_3b_4$ stanowią dane, a $b_5b_6b_7$ są bitami nadmiarowymi

- Równania parzystości:

$$b_5 = b_1 + b_2 + b_3$$

$$b_6 = b_2 + b_3 + b_4$$

$$b_7 = b_1 + b_2 + b_4$$

Przykład: dane = 1001

$$b_5 = 1 + 0 + 0 = 1, \quad b_6 = 0 + 0 + 1 = 1, \quad b_7 = 1 + 0 + 1 = 0$$

słowo kodowe $v = 1001110$

DEKODOWANIE KODÓW BLOKOWYCH

- Blok odebrany jest traktowany jako prawidłowe słowo kodowe + pewien ciąg błędu (wzór błędu)
- Dekodowanie polega na znalezieniu syndromu - wskaźnika błędu, czyli dodanego do słowa kodowego ciągu błędu
- Obliczanie syndromu:
 - wyodrębnij z odebranego bloku dane informacyjne i ponownie policz bity nadmiarowe,
 - porównaj odebrane i policzone w dekodерze bity parzystości,
 - wynik porównania jest szukanym syndromem,
 - syndrom zerowy oznacza brak błędu (ciąg błędu jest zerowy)

KODY CYKLICZNE

- Opis kodów cyklicznych wykorzystuje wielomianowy zapis ciągów
- Ciąg $a = a_1 a_2 \dots a_n$ można przedstawić w postaci wielomianu:

$$a(x) = a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x^1 + a_n x^0$$

o współczynnikach $a_i \in (0, 1)$, gdzie operacja $+$ jest dodawaniem modulo 2.

Przykład: $a = 0 1 0 1 1 0$

$$a(x) = 0x^5 + 1x^4 + 0x^3 + 1x^2 + 1x^1 + 0x^0 = x^4 + x^2 + x$$

KODY CYKLICZNE - REGUŁA KODOWANIA

$d(x)$ - blok wejściowy o długości k bitów

$s(x)$ - blok zakodowany o długości n bitów

$g(x)$ - wielomian generacyjny kodu stopnia $n - k$

$$s(x) = x^{n-k}d(x) + r(x),$$

gdzie $r(x)$ jest resztą z dzielenia wielomianu $x^{n-k}d(x)$ przez $g(x)$

Powyższy wzór można przedstawić następująco:

- weź blok danych i dopisz $n - k$ zer
- podziel otrzymany ciąg przez wielomian $g(x)$
- resztę z dzielenia dołącz do bloku danych jako tzw. resztę kontrolną ramki (Frame Check Sequence FCS)

KODY CYKLICZNE - REGUŁA DEKODOWANIA

- Dekodowanie detekcyjne - porównanie odebranej reszty kontrolnej z wyliczoną w odbiorniku
- Odebrany blok dzielony jest przez ten sam wielomian $g(x)$:
 - reszta z dzielenia jest zerowa - brak błędów
 - reszta z dzielenia różna od 0 - w bloku są błędy
- Tak wykorzystywane kody cykliczne systematyczne nazywane są kodami CRC- r (Cyclic Redundancy Check), gdzie r ($r = n - k$) - liczba dopisywanych bitów reszty kontrolnej

KODY BCH I REEDA-SOLOMONA

- **Kody BCH (Bose-Chaudhuri-Hocquenghem) - klasa kodów cyklicznych korekcyjnych o parametrach:**

$n - k \leq mt$, gdzie t - liczba błędów, jakie można skorygować

$n = 2^m - 1$ dla $m \geq 3$, $d_{min} = 2t + 1$

Przykład: $n = 15, k = 5, t = 3$ - $g(x) = x^{10} + x^8 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$

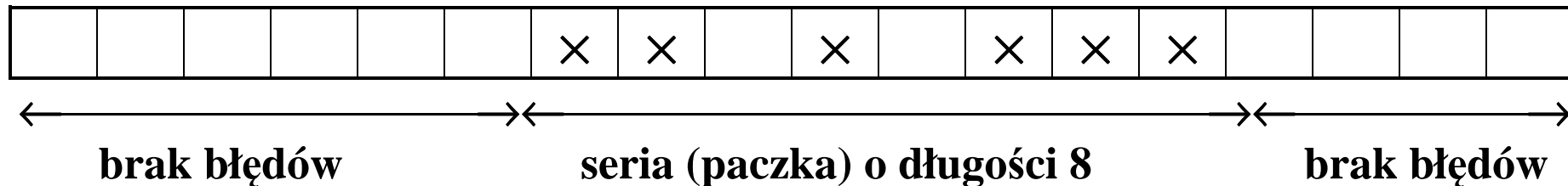
$n = 15, k = 7, t = 2$ - $g(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$

- **Kody Reeda-Solomona - niebinarna wersja kodów BCH, elementy słowa kodowego są wybierane z alfabetu q -symbolowego (wstępnie przed kodowaniem k bitów informacyjnych zostaje zamienionych na jeden z q symboli)**

Przykład: symbol jest tworzony z 8 bitów - mamy 256-elementowy alfabet i wszystkie obliczenia wykonywane są modulo 256

BŁĘDY SERYJNE

- Poza kanałami z błędami statystycznie niezależnymi mamy kanały z błędami seryjnymi (paczkowymi) - okres o dużej stopie błędów jest otoczony okresami o małej lub zerowej stopie błędów



- Metody ochrony przed błędami seryjnymi:
 - kody Reeda-Solomona,
 - operacja przeplotu (interleaving):
 - powoduje rozproszenie serii błędów,
 - prosta i często stosowana w praktyce metoda (np. w GSM)

PRZEPLÓT/ROZPLÓT

- **Przeplot** - w nadajniku dane są wpisywane rzędami do tablicy o m rzędach i n kolumnach, a przesyłane do modulatora kolumnami
 - operacja wykonywana po kodowaniu nadmiarowym
- **Rozplot** - w odbiorniku dane są wpisywane do takiej samej tablicy kolumnami, a odczytywane rzędami

b₁	<i>b₂</i>	b₃	b₄	b₅	b₆	b₇	b₈	b₉	b₁₀
b₁₁	<i>b₁₂</i>	b₁₃	b₁₄	b₁₅	b₁₆	b₁₇	b₁₈	b₁₉	b₂₀
b₂₁	<i>b₂₂</i>								b₃₀
b₃₁	<i>b₃₂</i>								b₄₀
b₄₁	<i>b₄₂</i>								b₅₀
b₅₁	b₅₂								b₆₀

Transmisja: **b₁b₁₁b₂₁b₃₁b₄₁b₅₁b₂b₁₂b₂₂b₃₂b₄₂b₅₂b₃ b₆₀**

SYSTEMY ARQ

- **Ogólna zasada:**
 - dane dzielone są na bloki i kodowane za pomocą kodu cyklicznego
 - odbiornik sprawdza poprawność odebranego bloku i wysyła potwierdzenia pozytywne (ACK) lub negatywne (NAK)
- **Podstawowe metody ARQ:**
 - Stop-and-Wait (SAW)
 - Go-back-N (GBN)
 - Selective Repeat (SR)
- **Parametr opisujący protokoły ARQ - szybkość efektywna lub efektywność (sprawność) protokołu**

MOŻLIWOŚCI DETEKCYJNE KODÓW CRC

- Żaden kod nadmiarowy nie jest w stanie wykryć błędu, jeżeli błędny blok spełnia zasady reguły kodowania
- Przy zastosowaniu kodu CRC- r i długości bloku n oraz prawdopodobieństwie błędu w kanale P , prawdopodobieństwo niewykrytego błędu wynosi:

$$P_e = n \cdot P \cdot 2^{-r}$$

Przykładowe wyniki dla $P = 10^{-5}$:

$n = 1000$	$r = 16$	$P_e = 2 \cdot 10^{-7}$
$n = 1000$	$r = 32$	$P_e = 4 \cdot 10^{-12}$

DLACZEGO WYBRANO KODOWANIE CRC?

- Prosty (tani) koder i dekodek
- Operacje kodowania i dekodowania są identyczne - zajmują tyle samo czasu
- Ten sam koder może być stosowany dla różnych długości bloku danych
- Kodowanie i dekodowanie może się rozpocząć zanim zostanie odebrany cały blok danych

- Typowe wielomiany generujące stosowane w praktyce:

CRC-16 (ITU) $g(x) = x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$

CRC-16 (ANSI) $g(x) = x^{16} + x^{15} + x^2 + 1$

CRC-32 $g(x) = x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} +$
 $+ x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$

METODA STOP-AND-WAIT (SAW)

- Stop-and-Wait (SAW) - z naprzemiennym potwierdzeniem i oczekiwaniem**
- Nadajnik nadaje blok i czeka na odpowiedź:**
 - po odebraniu ACK wysyła kolejny blok**
 - po odebraniu NAK powtarza ten sam blok**
- Odbiornik odbiera blok i po sprawdzeniu wysyła potwierdzenie**
- Zalety:**
 - prosty protokół nie wymagający dodatkowej pamięci**
 - brak konieczności numerowania bloków (Unnumbered ARQ)**
- Wady:**
 - niska szybkość efektywna spowodowana długim czasem oczekiwania**

METODA GO-BACK-N (GBN)

- **GBN - z równoczesnym potwierdzeniem i powrotem o N bloków**
- **Nadajnik nadaje ciąg bloków bez oczekiwania na potwierdzenie:**
 - **po odebraniu NAK z numerem N błędnego bloku cofa się do bloku o numerze N i rozpoczyna transmisję ponownie od tego bloku**
- **Odbiornik odbiera bloki i po każdym wysyła potwierdzenie:**
 - **po odebraniu błędnego bloku N i wysłaniu NAK czeka na ponowne odebranie bloku N -tego, ignorując odbierane bloki o innych numerach**
- **Zalety:**
 - **szybsze działanie protokołu niż SAW**
 - **protokół idealny dla kanałów o małym BER (bez retransmisji)**
- **Wady:**
 - **konieczność buforowania danych w nadajniku**
 - **przy dużym opóźnieniu na łączu konieczność retransmisji wielu bloków**

METODA SELECTIVE REPEAT (SR)

- **Selective Repeat (SR) - z równoczesnym potwierdzeniem i selektywnym powtarzaniem bloków**
- **Nadajnik nadaje ciąg bloków bez oczekiwania na odpowiedź:**
 - **po odebraniu NAK z numerem N błędnego bloku retransmituje wyłącznie blok N**
- **Odbiornik odbiera bloki i po każdym wysyła potwierdzenie:**
 - **po odebraniu błędnego bloku N i wysłaniu NAK umieszcza odbierane bloki w buforze czekając na ponowny odbiór bloku N**
- **Zalety:**
 - **protokół idealny dla kanałów o dużej liczbie błędów (BER)**
- **Wady:**
 - **konieczność buforowania danych w nadajniku i odbiorniku**

KODY SPLOTOWE

- **Koder splotowy jest automatem generującym ciąg wyjściowy w zależności od ciągu wejściowego oraz zawartości komórek pamięci**
 - **działanie kodera przypomina operację splotu**
- **Kodowanie splotowe połączone z dekodowaniem wg algorytmu Viterbiego to najważniejsza z metod kodowania korekcyjnego:**
 - **prosty układ kodera**
 - **duże możliwości korekcyjne kodów splotowych**
 - **stosunkowo prosty algorytm dekodowania**
- **Metody opisu kodów splotowych:**
 - **schemat kodera**
 - **diagram stanu**
 - **wykres kratowy (trellis)**

SCHEMAT KODERA SPLOTOWEGO (1)

- Każdy koder splotowy to rejestr przesuwany z układami dodawania modulo-2
- Podstawowe parametry kodera splotowego pozwalają narysować schemat kodera:
 - długość rejestru kodera (długość wymuszona) L
 - współczynnik kodu $R = k/n$ daje informację o liczbie bitów wyjściowych z kodera (w praktyce $k = 1$)
 - metoda generowania bitów zakodowanych zapisana jest w postaci tzw. wielomianów generacyjnych

SCHEMAT KODERA SPLOTOWEGO (2)

- Etapy rysowania schematu kodera:

1. Narysuj rejestr przesuwny o L komórkach
2. Narysuj n układów dodawania modulo-2
3. Podaj wyjścia z komórek rejestru na sumatory zgodnie z wielomianami generacyjnymi („1” - pobieramy bit z komórki)

Przykłady:

$$R = 1/2, L = 3, g_1 = 101, g_2 = 111$$

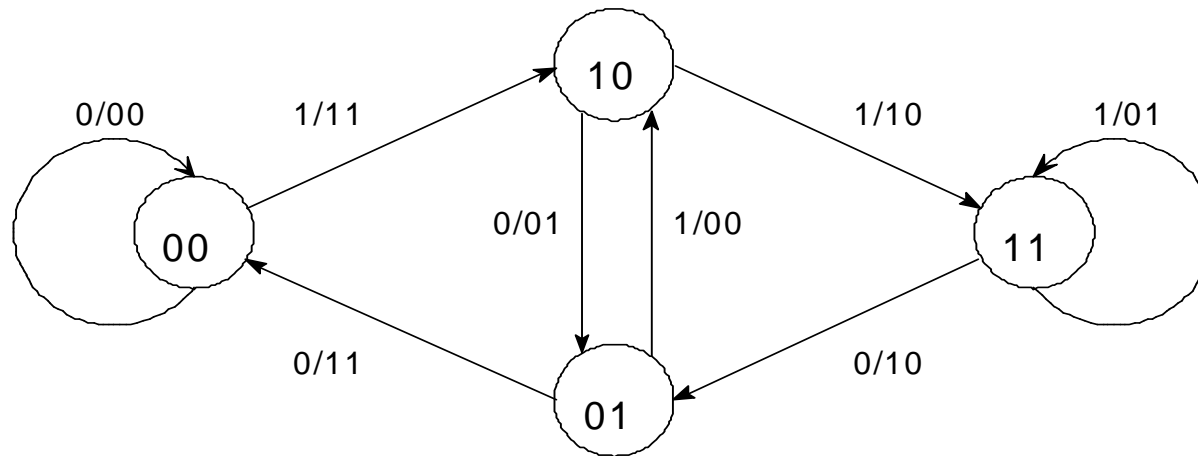
$$R = 1/2, L = 7, g_1 = 133_8 = 1011011, g_2 = 171_8 = 1111001$$

DIAGRAM STANU

- W koderze splotowym stan kodera reprezentuje zawartość pamięci rejestru czyli mamy 2^{L-1} stanów
- W celu narysowania diagramu stanu musimy utworzyć tablicę przejść/wyjść:

aktualny stan	bit wejściowy	następny stan	ciąg wyjściowy
S_0	0	S_0	00
{00}	1	S_2	11
S_1	0	S_0	11
{01}	1	S_2	00
S_2	0	S_1	01
{10}	1	S_3	10
S_3	0	S_1	10
{11}	1	S_3	01

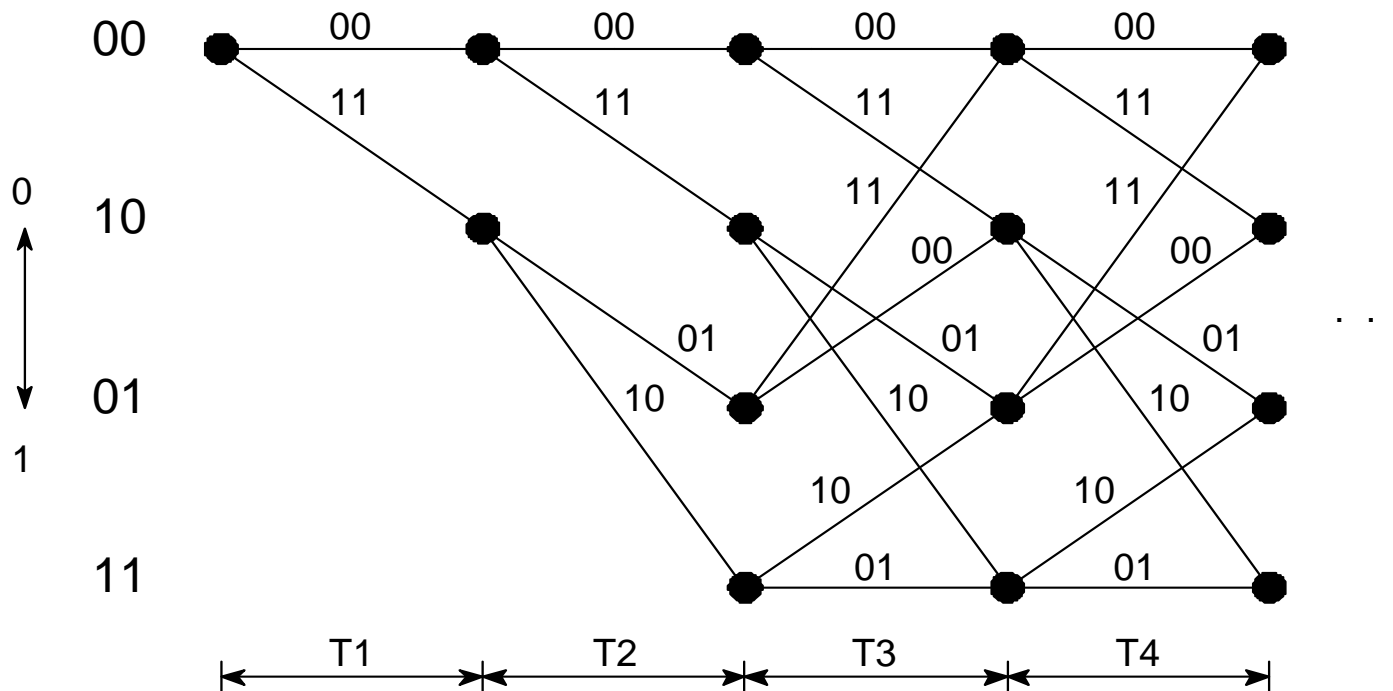
DIAGRAM (GRAF) STANÓW



WYKRES KRATOWY (TRELLIS)

- Na wykresie kratowym można pokazać upływ czasu (wyróżnić kolejne nadawane bity)
- Zależność wykresu kratowego i diagramu stanu:
 - kolumny - kolejne nadawane dane
 - węzły - stany kodera
 - gałęzie - przejścia pomiędzy stanami
 - etykiety ponad gałęziami - ciągi wyjściowe z kodera
 - ścieżki - zakodowane ciągi wyjściowe
- Do realizacji dekodera wg algorytmu Viterbiego potrzebujemy znać wyłącznie strukturę wykresu kratowego

WYKRES KRATOWY



DEKODER OPTYMALNY

- Dekoder optymalny to dekodek, który minimalizuje prawdopodobieństwo błędu (maximum likelihood ML)

- Dekoder ML wybiera, spośród wszystkich możliwych do nadania, takie słowo kodowe, które spełnia nierówność:

$$P(Y/X_k) > P(Y/X_j) \text{ dla } j \neq k,$$

gdzie Y - odebrane słowo kodowe, $\{X\}$ - zbiór wszystkich możliwych do nadania słów kodowych

- Dla kodów spłotowych, dekodek realizujący algorytm Viterbiego, stanowi dekodek o maksymalnej wiarygodności ML

ALGORYTM VITERBIEGO (1)

- Algorytm Viterbiego polega na znalezieniu (na podstawie odebranego ciągu) najbardziej prawdopodobnej ścieżki (jaką poruszał się koder) na wykresie kratowym**
- Metryka gałęzi - odległość Hamminga pomiędzy bitami odebranymi, a zapisanymi ponad gałęzią na wykresie kratowym**
 - dekodery „miętko-decyzyjny” liczy odległość Euklidesową pomiędzy sygnałami**
- Metryka stanu - długość ścieżki prowadzącej do danego stanu czyli suma metryk gałęzi tworzących ścieżkę**
- Dekoder podejmuje decyzję po odebraniu wszystkich bitów - wybiera stan, do którego prowadzi najkrótsza ścieżka**

ALGORYTM VITERBIEGO (2)

- Algorytm Viterbiego polega na znalezieniu (na podstawie odebranego ciągu) najbardziej prawdopodobnej ścieżki (jaką poruszał się koder) na wykresie kratowym

Etapy AV:

- 1. Ponad gałęziami wpisz odległości (liczbę różnych pozycji) pomiędzy odebranim blokiem a etykietą gałęzi**
- 2. Dla każdego stanu (węzła):**
 - a. policz sumaryczną długość ścieżek wiodących do węzła**
 - b. wybierz ścieżkę z najmniejszą długością**
 - c. zapamiętaj wybraną ścieżkę wraz z jej długością**
- 3. Po odebraniu całego ciągu - wybierz stan do którego dochodzi najkrótsza ścieżka i zdekoduj ciąg nadany**

PRAKTYCZNE MODYFIKACJE AV

- W praktyce dekodery nie są w stanie zapamiętać całego odebranego ciągu i decyzja dotycząca bitu i -tego jest podejmowana po M taktach, typowo $M = (4 \div 5)L$
- Zysk kodowy w systemie koderów splotowych i dekodery Viterbiego zależy od:
 - możliwości korekcyjnych kodu splotowego - tym lepsze im dłuższy rejestr kodera,
 - realizacji AV
- W praktyce stosuje się kodery o $L < 10$

KODY SPLOTOWE Z WYKLUCZANIEM BITÓW (PUNCTURED CONVOLUTIONAL CODES)

- **Operacja wykluczania bitów polega na usuwaniu bitów z wyjścia kodera splotowego (zgodnie z pewnym wzorem zwanym macierzą wykluczania):**
 - **wykorzystując jeden koder bazowy możemy stworzyć rodzinę kodów splotowych o różnych współczynnikach kodu R czyli różnych możliwościach korekcyjnych,**
 - **w odbiorniku usunięte bity zostają zastąpione przez tzw. symbole „null” - wartości dokładnie pomiędzy „0” i „1”,**
 - **do odbioru wystarczy jeden wspólny dekodery Viterbiego.**
- **Kody z wykluczaniem bitów znalazły szerokie zastosowanie w systemach radiowych, w których użytkownicy mają kanały o różnych poziomach błędów.**

MACIERZE WYKLUCZEŃ

- Koderem bazowym jest zawsze koder o współczynniku $R = 1/2$.
- Macierz wykluczeń ma postać macierzy $2 \times T$, gdzie T jest okresem wykluczania:
 - pierwszy rząd macierzy opisuje bit y_1 , a drugi - bit y_2 na wyjściu kodera splotowego,
 - „1” w macierzy oznacza wysłanie danego bitu, a „0” jego usunięcie.

Przykłady macierzy tworzących kody o $R = 2/3$ i $R = 3/4$:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

SYSTEM HYBRYDOWE ARQ

- Metodę HARQ zaczęto stosować w systemach radiowych, w których zła jakość kanału uniemożliwiała stosowanie wyłącznie protokołu ARQ (zbyt duża liczba błędnych bloków).
- HARQ polega na specyficznym połączeniu metody ARQ i FEC:
 - jako kody FEC wykorzystuje się kody splotowe lub turbo-kody splotowe w wersji z wykluczeniem,
 - do wysyłanego bloku, po przepuszczeniu przez koder FEC, dopisana zostaje reszta kontrolna CRC,
 - po zdekodowaniu w odbiorniku, sprawdzana jest reszta CRC:
 - jeżeli błędy nie zostały skorygowane - wysyłane jest żądanie retransmisji (ale odebrany blok zostaje w buforze),
 - ponownie odebrany blok zawiera inne niż poprzednik bity nadmiarowe (inna była macierz wykluczeń),
 - po zsumowaniu bitów z obu transmisji ponawiamy próbę korekcji błędów.

MODULACJE KODOWANE KRATOWO TCM (TRELLIS CODED MODULATION)

- Kodowanie splotowe wiąże się ze znacznym wydłużeniem czasu transmisji albo poszerzeniem pasma (zwiększamy szybkość transmisji)**
- W 1982 G. Ungerboeck zaproponował nowe podejście do operacji kodowania i modulacji i potraktowania ich łącznie**
- Jeżeli bez kodowania stosowaliśmy modulację M -wartościową, to można uzyskać zysk kodowy bez poszerzenia pasma, jeżeli zwiększymy wartościowość modulacji na $2M$ i dodamy koder splotowy**
 - to podejście można zastosować dla modulacji ASK, PSK i QAM**

TCM - ZYSK KODOWY

- Nadmiar kodowy zostaje zamieniony na większą liczbę sygnałów
- Zysk kodowy w TCM jest mierzony jako różnica pomiędzy SNR dla systemu bez kodowania i z modulatorem M -wartościowym oraz SNR dla systemu z kodowaniem i konstelacją $2M$
 - na przykład - porównamy niezakodowane QPSK (1 sygnał - 2 bity) z zakodowanym 8PSK (1 sygnał - 2 bity informacyjne + 1 bit nadmiarowy)

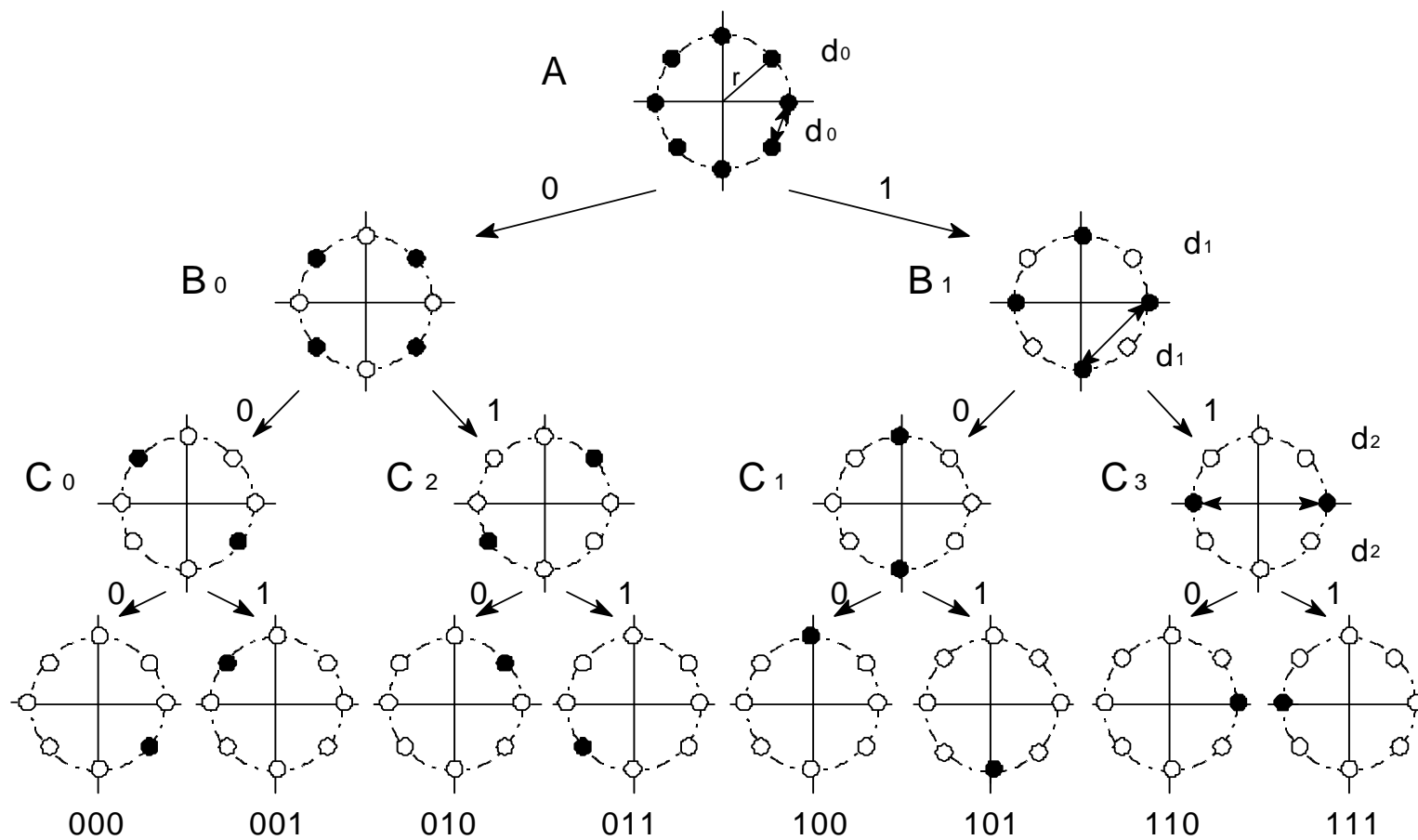
KONSTRUOWANIE KODERA TCM

- 1. Wartościowość modulacji zwiększamy 2 razy**
- 2. Poszczególnym sygnałom na wyjściu modulatora przyporządkowujemy słowa kodowe zgodnie z metodą zwaną „odwzorowanie przez podział zbioru” (mapping by set partitioning)**
- 3. Wybieramy koder splotowy - możemy stosować kodery o współczynnikach $R = k/(k+1)$, np. $R = 1/2$**
- 4. Część bitów informacyjnych pozostaje niezakodowana**

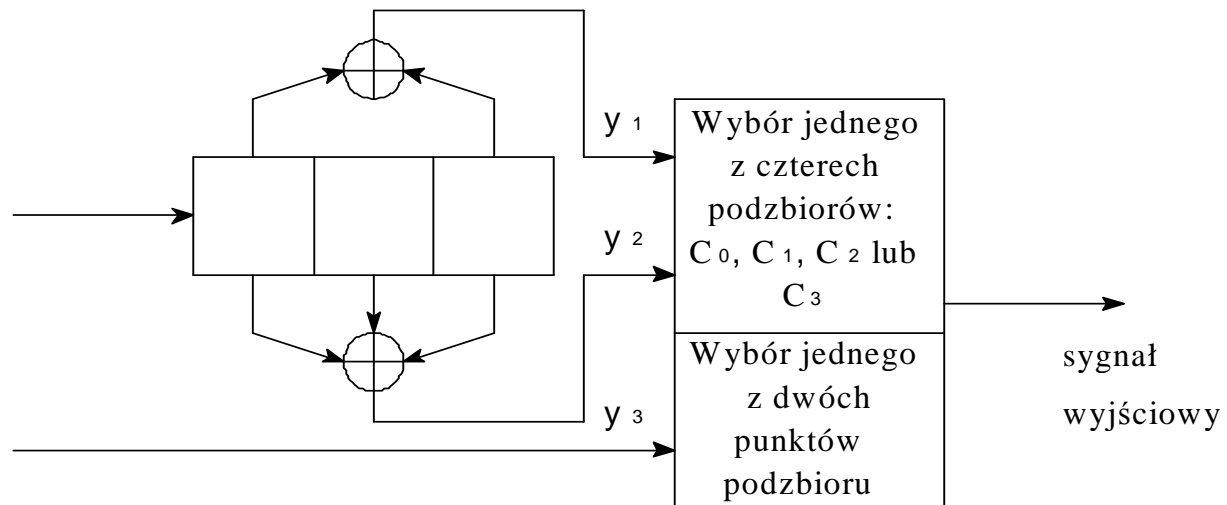
ODWZOROWANIE PRZEZ PODZIAŁ ZBIORU

- Technika polegająca na podziale zbioru wszystkich sygnałów generowanych przez modulator na podzbiory tej samej liczności**
- Na każdym etapie podzbiór uzyskany z poprzedniego podziału jest dzielony na dwie równe części**
- Reguła Ungerboecka - minimalna odległość Euklidesa pomiędzy sygnałami musi się zwiększać na każdym etapie podziału**

PODZIAŁ MODULACJI 8PSK



PRZYKŁAD KODERA TCM DLA 8PSK



WYKRES KRATOWY DLA TCM

- Wykres kratowy ma identyczną strukturę, jak dla kodera splotowego, ale ze względu na istnienie bitów niezakodowanych pojawią się przejścia równoległe pomiędzy stanami
- Dekodowanie przebiega podobnie, jak w przypadku kodów splotowych, ale jest uzupełnione o dodatkowy etap wstępny mający na celu wyeliminowanie przejść równoległych:
 - spośród sygnałów odpowiadających równoległym przejściom pomiędzy dwoma stanami wybierz sygnał najbardziej prawdopodobny (najbliższy odebranemu),
- wybrany sygnał posłuży do wyliczenia metryki gałęzi.

KODOWANIE W SYSTEMIE WIMAX

- System WiMAX (IEEE 802.16) ma służyć do przesyłania danych na odległość do 10 km z szybkością do ok. 75 Mbit/s
- Rodzaje kodowania:
 - kod Reeda-Solomona
 - kod Reeda-Solomona połączony z kodowaniem splotowym
 - kod Reeda-Solomona połączony z kodem z bitem parzystości
- Kod z bitem parzystości ($k = 8, n = 9$) został zastosowany jako kod korekcyjny:
 - jeżeli reguła kodowa nie zgadza się, zostaje zmieniona wartość najmniej wiarygodnego bitu

ZASTOSOWANIE KODÓW NADMIAROWYCH

- **Kody cykliczne** - we wszystkich protokołach ARQ (HARQ) w celu sprawdzenia poprawności odebranego bloku
- **Kody Reeda-Solomona** - systemy DVB-T, DVB-H, WiMAX
- **Kody splotowe (oraz splotowe z wykluczaniem)** - systemy telefonii komórkowej GSM (GPRS, EDGE) i UMTS, modemy ADSL, systemy dostępu bezprzewodowego do Internetu WLAN (standardy 802.11a, 802.11g i 802.11n), systemy satelitarne
- **Turbo-kody splotowe** - system telefonii komórkowej UMTS i HSPA
- **Kody LDPC (Low Density Parity Check)** - kody blokowe systematyczne o dużych wartościach parametrów k i n (tysiące bitów)
 - jako kody opcjonalne pojawiły się one w standardach: 802.11n, WiMAX, 802.3an (10GBASE-T), DVB-S2 (system satelitarny dla przesyłania sygnału HDTV)

